

**Методика расчета
Кривой бескупонной доходности
по государственным ценным бумагам**

1. Термины и определения

Бескупонная доходность - доходность к погашению дисконтной облигации.

Кривая бескупонной доходности (zero-coupon yield curve) - совокупность бескупонных доходностей для различных сроков до погашения облигаций.

Кривая бескупонной доходности по государственным ценным бумагам (G-кривая) - кривая бескупонной доходности, определенная на основании сделок с облигациями на рынке государственных краткосрочных бескупонных облигаций (ГКО) и облигаций федеральных займов (ОФЗ).

Изотермный ряд – временной ряд бескупонных доходностей с заданным сроком до погашения облигаций.

Доходность сделки - доходность к погашению, соответствующая цене определенной сделки с облигациями и рассчитанная в порядке, установленном на рынке ГКО-ОФЗ.

Расчетная цена - цена облигации, рассчитанная по кривой бескупонной доходности как сумма дисконтированных выплат по данной облигации.

Расчетная доходность - доходность к погашению, соответствующая расчетной цене данной облигации.

База расчета - список выпусков облигаций (ГКО-ОФЗ), используемых при расчете G-кривой.

Ретроспективный период - период между предыдущей и текущей датами пересмотра базы расчета/численных параметров модели G-кривой.

Базисный пункт - единица измерения доходности, равная одной сотой процента (0,01%).

Положения – законы Российской Федерации, нормативные правовые акты Банка России и иные нормативные правовые акты Российской Федерации, а также внутренние документы ЗАО “Московская межбанковская валютная биржа” (далее – ЗАО ММВБ), устанавливающие порядок размещения и/или обращения облигаций на рынке ГКО-ОФЗ.

Термины и определения, употребляемые в настоящей Методике (за исключением терминов и определений, указанных в настоящем Разделе), используются в значениях, установленных Положениями.

2. Общие положения

Настоящая Методика расчета Кривой бескупонной доходности по государственным ценным бумагам (далее - Методика) определяет порядок расчета кривой

бескупонной доходности по государственным ценным бумагам, рассчитываемой ЗАО ММВБ применительно ко всем выпускам ГКО-ОФЗ, находящимся в обращении в Торговой системе.

Настоящая Методика, а также изменения и дополнения к ней утверждаются решением Правления ЗАО ММВБ. О введении в действие настоящей Методики, а также обо всех изменениях и дополнениях к ней заинтересованные лица извещаются путем размещения соответствующей информации на официальном сайте ЗАО ММВБ в сети Интернет www.micex.ru (далее – официальный сайт ЗАО ММВБ).

Кривая бескупонной доходности по государственным ценным бумагам рассчитывается на основе сделок, заключенных в соответствии с Положениями на вторичных торгах на основе заявок, адресованных всем участникам торгов (режим анонимных сделок). Не включаются в расчет G-кривой внесистемные сделки, сделки РЕПО, а также сделки, заключенные с выпусками облигаций, проданными Банком России с обязательством обратного выкупа.

Расчет G-кривой осуществляется в режиме реального времени по мере совершения сделок с облигациями, включенными в базу расчета.

В целях настоящей Методики доходность выражается в базисных пунктах, а срок до погашения - в годах (если не указано иное).

3. Порядок формирования базы расчета

База расчета автоматически пересчитывается по итогам каждого трех месяцев. Пересмотр базы расчета осуществляется в первый торговый на рынке ГКО-ОФЗ день, соответственно, марта, июня, сентября и декабря.

Новая база расчета вступает в действие:

- на следующий торговый на рынке ГКО-ОФЗ день после 15-го числа соответствующего месяца (марта, июня, сентября, декабря), если 15-е число является торговым днем на рынке ГКО-ОФЗ;
- на второй торговый на рынке ГКО-ОФЗ день после 15-го числа соответствующего месяца (марта, июня, сентября, декабря), если 15-е число является неторговым днем на рынке ГКО-ОФЗ.

При формировании/пересмотре базы расчета все выпуски облигаций разделяются на две следующие группы:

- выпуски облигаций, срок до погашения которых попадает в интервал от 3 месяцев до 2 лет;
- выпуски облигаций, срок до погашения которых составляет более двух лет.

Для каждой группы отдельно проводится анализ относительной ликвидности выпусков облигаций. Расчет коэффициента ликвидности за ретроспективный период осуществляется по следующей формуле:

$$L_k = \left(\frac{T_k}{\bar{T}} \right)^{0,8} \times \left(\frac{V_k}{\bar{V}} \right)^{0,2},$$

где:

T_k - количество сделок с k -ым выпуском облигаций за ретроспективный период;

V_k - суммарный объем сделок с k -ым выпуском облигаций;

$\bar{T}$ - среднее количество сделок (на один выпуск облигаций) за ретроспективный период, рассчитанное по формуле среднего арифметического на основе значений T_k по всем рассматриваемым выпускам облигаций;

$\bar{V}$ - средний суммарный объем сделок (на один выпуск облигаций) за ретроспективный период, рассчитанный по формуле среднего арифметического на основе значений V_k по всем рассматриваемым выпускам облигаций.

При расчете суммарных объемов сделок и количества сделок учитываются только сделки, заключенные на вторичных торгах на основе заявок, адресованных всем участникам торгов (режим анонимных сделок). Не включаются в их расчет внесистемные сделки, сделки РЕПО, а также сделки, заключенные с выпусками облигаций, проданными Банком России с обязательством обратного выкупа. Накопленный купонный доход не учитывается при определении суммарного объема сделок.

В базу расчета включаются выпуски облигаций, коэффициент ликвидности по которым превышает или равен 0,4.

4. Параметрическая модель G-кривой

Кривая бескупонной доходности определяется таким образом, чтобы расчетные доходности облигаций оптимальным образом приближали фактические доходности сделок с этими облигациями.

Для описания G-кривой используется параметрическая модель Нельсона-Сигеля с добавлением корректирующих членов (для непрерывно начисляемой процентной ставки):

$$R(t) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{\tau}{t} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] - \beta_2 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + g_1 \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) + g_2 \exp\left(-\frac{(t-1)^2}{2}\right) + g_3 \exp\left(-\frac{(t-2)^2}{2}\right), \quad (1)$$

где первая строка - модель Нельсона-Сигеля, а вторая - корректирующие добавки для более точного описания начального участка G -кривой.

В рамках данной модели G -кривая однозначно определяется набором из 7 параметров: $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau, g_1, g_2, g_3$.

Бескупонная доходность в форме спот-доходности с годовой капитализацией процентов связана с непрерывно начисляемой доходностью соотношением (в базисных пунктах):

$$Y(t) = 10000 \left[\exp\left(\frac{R(t)}{10000}\right) - 1 \right], \quad (2)$$

а дисконтная функция представляется выражением:

$$D(t) = \exp\left(-\frac{R(t)}{10000} t\right) = \frac{1}{\left(1 + \frac{Y(t)}{10000}\right)^t}. \quad (3)$$

5. Методика пересчета параметров G -кривой

Вектор параметров G -кривой $x = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau, g_1, g_2, g_3)$ пересчитывается после совершения каждой сделки с облигациями, для которой выполняются следующие условия:

- выпуск облигаций входит в базу расчета;
- до погашения выпуска облигаций остается не менее 30 календарных дней.

Пересчет параметров G -кривой осуществляется следующим образом. Пусть x_{n-1} - значение вектора после обработки сделки с номером $n-1$, YTM_n - доходность сделки с номером n . Тогда новый вектор параметров x_n получается в результате следующих шагов:

1) Для выпуска облигаций, с которым прошла сделка, по формуле (3) для каждой даты выплат t_i рассчитывается дисконтный коэффициент $D(t_i)$ и определяется расчетная цена выпуска:

$$B(x_{n-1}) = \sum_{i=1}^N D(t_i) C_i,$$

где:

N - количество предстоящих выплат по данному выпуску,

C_i - соответствующие объемы выплат, выраженные в процентах от непогашенной части номинальной стоимости выпуска.

2) Определяется расчетная доходность к погашению $YTM(x_{n-1})$ по процедуре, установленной на рынке ГКО-ОФЗ, исходя из расчетной цены $B(x_{n-1})$.

3) Численным методом рассчитывается вектор частных производных h функции $YTM(x)$ в точке x_{n-1} .

4) Покомпонентно рассчитывается новая оценка x_n :

$$\left. \begin{aligned} x_{n,j} &= x_{n-1,j} + \frac{h_j \gamma_j^2 \Delta_n}{Q + \Lambda + d \Delta_n^2}, & \text{если } \Delta_n^2 < \frac{Q + \Lambda}{d} \\ x_{n,j} &= x_{n-1,j} + \frac{h_j \gamma_j^2}{2\sqrt{(Q + \Lambda)d}} \text{sign}(\Delta_n), & \text{если } \Delta_n^2 \geq \frac{Q + \Lambda}{d} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где:

$j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ - номера компонентов,

$$\Delta_n = YTM_n - YTM(x_{n-1}), \quad (5)$$

$$Q = \sum_{j=1}^7 h_j^2 \gamma_j^2,$$

γ_j - среднее квадратическое отклонение погрешности оценки параметра $x_{n,j}$,

Λ - дисперсия погрешности наблюдения, расчет которой приведен в разделе 7 настоящей Методики.

Функция $\text{sign}()$ обозначает знак (плюс или минус) выражения, находящегося в скобках.

В случае значительного отличия YTM_n от $YTM(x_{n-1})$ для предотвращения резкой, скачкообразной реакции кривой величина Δ_n ограничивается способом, приведенным в разделе 6 настоящей Методики.

5) если $x_{n,4} \leq 0,3$, т.е. если параметр τ стал меньшим или равным 0,3 – расчеты, осуществленные в соответствии с пунктом 4) настоящего раздела, аннулируются; γ_4 обнуляется и снова выполняется пункт 4) настоящего раздела. После этого параметру γ_4 возвращается прежнее значение.

Из оценки x_n при совершении следующей сделки получается оценка x_{n+1} и так далее, т.е. алгоритм рекуррентный.

6. Ограничение спрэдов

В процессе пересчета параметров G -кривой по формуле (4) осуществляется анализ спрэдов, определяемых по формуле (5). Если величина спреда превышает пороговый уровень M_k , установленный для данного k -го выпуска, спред искусственно ограничивается значением M_k или $-M_k$ в зависимости от знака спреда.

Величины M_k определяются одновременно с пересмотром базы расчета G -кривой согласно следующему порядку:

- 1) В соответствии с разделом 3 настоящей Методики определяется база расчета для нового периода.
- 2) Для новой базы расчета, полученной согласно пункту 1) настоящего раздела, осуществляется расчет G -кривой на ретроспективном периоде, стартуя со значений $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau, g_1, g_2, g_3$ на начало ретроспективного периода.
- 3) Для полученных в пункте 2) настоящего раздела вспомогательных G -кривых определяются последовательности спрэдов для каждого выпуска облигаций из новой базы расчета.
- 4) Для каждого выпуска облигаций из новой базы расчета величина M_k определяется как уровень, выше которого лежит 5% значений спрэдов, взятых по абсолютной величине.

Дополнительно для каждого выпуска облигаций определяется среднеквадратическое отклонение спрэдов σ_k . Нормированные границы по выпуску облигаций рассчитываются по формуле:

$$m_k = \frac{M_k}{\sigma_k}.$$

7. Учет объема совершаемых сделок

На дату пересмотра базы расчета G -кривой для каждого выпуска, включенного в новую базу расчета, определяется средний объем сделки за ретроспективный период ($\bar{w}_k$) путем деления величины V_k на T_k (порядок их расчета приведен в разделе 3 настоящей Методики). При обработке сделки с k -ым выпуском облигаций погрешность наблюдения Λ , используемая в формуле (4), рассчитывается по формуле:

$$\Lambda = \max\left(\left(40 \exp(-0.5t) + 10\right)^2, \sigma_k^2\right) * \left(\frac{\bar{w}_k}{w_k}\right)^{0.2}, \quad (6)$$

где:

t - срок до погашения выпуска облигаций в долях года,

w_k - объем совершенной сделки.

σ_k - среднеквадратическое отклонение спредов k -го выпуска облигаций, определенное согласно разделу 6 настоящей Методики.

8. Пересмотр численных параметров модели

Численные значения параметров $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6, \gamma_7, d$ подбираются методом максимального правдоподобия одновременно с пересмотром базы расчета G -кривой. Для этого многократно осуществляется расчет G -кривой на ретроспективном периоде. Критерием оптимальности является:

$$-\sum_{n=1}^{\Xi} \left(\frac{\Delta_n^2}{\theta_n} + \log \theta_n \right) \longrightarrow \max,$$

где:

$$\theta_n = Q + \Lambda + d\Delta_n^2,$$

n - номер сделки,

Ξ - общее количество сделок за рассматриваемый ретроспективный период.

9. Расчетные цены и расчетные доходности

После получения согласно разделу 5 настоящей Методики очередной оценки x_n на основании этих параметров определяются расчетные цены и расчетные доходности всех выпусков облигаций, находящихся в обращении на рынке ГКО-ОФЗ, в соответствии с разделом 5 настоящей Методики.

10. Раскрытие информации

Информация о виде и значениях G -кривой, базе расчета, численных значениях параметров $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6, \gamma_7, d$, величинах σ_k , m_k и $\bar{w}_k$, а также о средних арифметических значениях $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau, g_1, g_2, g_3$, рассчитанных по итогам каждого торгового дня, раскрываются на официальном сайте ЗАО ММВБ.

На официальном сайте ЗАО ММВБ G -кривая отображается в графическом и табличном виде в соответствии с формулой (2), однако доходности указываются в процентах годовых.

Помимо этого, на официальном сайте ЗАО ММВБ также публикуются расчетные доходности всех выпусков облигаций, находящихся в обращении на рынке ГКО-ОФЗ.